

Melhorar o ensino e a aprendizagem do electromagnetismo com modelação computacional interactiva

Rui Neves

Resumo

Um aspecto fundamental dos actuais processos de modelação da Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (CTEM) é a crescente importância de conhecimento avançado sobre modelos físico-matemáticos e métodos e tecnologias de computação científica. A aprendizagem significativa deste conhecimento avançado é um difícil processo cognitivo que envolve a construção progressiva de uma forte base de conhecimentos em física, matemática e computação científica, devidamente ajustada às diferentes áreas da CTEM. Os ambientes de aprendizagem da CTEM devem por isso ser baseados em currículos e metodologias pedagógicas que equilibrem a integração de sequências de actividades de modelação computacional interactivas, criadas com sistemas de modelação computacional capazes de oferecer aos alunos oportunidades para desenvolver os conhecimentos de física, matemática e computação científica, e a aprendizagem dos conceitos e processos específicos de cada área. Neste artigo discutimos a aplicação neste contexto de actividades de modelação computacional exploratórias e expressivas criadas no ambiente Modellus. Descrevemos uma sequência de actividades sobre electromagnetismo implementada com alunos do primeiro ano de cursos universitários de Engenharia, apenas com conhecimento elementar da física e matemática do Ensino Secundário e sem conhecimento prévio de computação científica. Analisamos o grau de receptividade dos alunos e os efeitos gerados no processo de aprendizagem.

Palavras-chave:

ensino e aprendizagem; ambientes interactivos; modelação computacional; física; electromagnetismo

Improving teaching and learning of electromagnetism with interactive computational modelling

Abstract: A fundamental aspect of current modelling processes in Science, Technology, Engineering and Mathematics (STEM) is the increasing importance of advanced knowledge about mathematical physics models and scientific computation methods and technologies. Meaningful learning of this advanced knowledge is a difficult cognitive process which involves the progressive construction of a strong background of knowledge in physics, mathematics and scientific computation, appropriately adjusted to the different STEM areas. The STEM learning environments should thus be based on pedagogical curricula and methodologies that balance the integration of interactive engagement sequences of computational modelling activities, created with computer modelling systems able to offer students opportunities to develop the knowledge of physics, mathematics and scientific computation, and the learning of the specific concepts and processes of each area. In this paper we discuss the application in this context of exploratory and expressive computational modelling activities created in the Modellus environment. We describe a sequence of activities about electromagnetism implemented in undergraduate university engineering courses with first year students, having only elementary knowledge of Secondary Education physics and mathematics and no prior knowledge about scientific computation. We analyse the student's receptivity degree and the effects generated on the learning process.

Keywords: teaching and learning; interactive environments; computational modelling; physics; electromagnetism

Améliorer l'enseignement et l'apprentissage de l'électromagnétisme avec la modélisation computationnelle interactive

Résumé: Un aspect fondamental du processus de modélisation actuels en Science, Technologie, Ingénierie et Mathématique (STIM) est l'importance croissante des connaissances avancées sur les modèles de physique mathématique et les méthodes et technologies de computation scientifique. L'apprentissage significatif de ces connaissances de pointe est un processus cognitif difficile qui implique la construction progressive d'une base solide de connaissances en physique, mathématique et computation scientifique, proprement ajusté aux différents domaines de la STIM. Les environnements d'apprentissage de la STIM doit donc être fondée sur les programmes et les méthodes pédagogiques qui équilibre la intégration de séquences des activités de modélisation computationnelle interactive, créé avec les systèmes de modélisation computationnelle capables de fournir aux élèves des occasions de développer des connaissances de physique, mathématique et computation scientifique, et l'apprentissage de concepts et de processus spécifiques de chaque domaine. Dans cet article nous discutons de l'application dans ce contexte des activités de modélisation computationnelle exploratoires et expressives créées dans l'environnement Modellus. Nous décrivons une séquence d'activités sur électromagnétisme implémenté avec les élèves de première année de cours universitaires d'Ingénierie, seulement avec des connaissances élémentaires de la physique et mathématique de l'Enseignement Secondaire et sans connaissance préalable de computation scientifique. Nous analysons le degré de réceptivité des élèves et les effets générés sur le processus d'apprentissage.

Mots-clés: enseignement et apprentissage; environnements interactifs; modélisation computationnelle; physique; électromagnétisme

Mejorar la enseñanza y el aprendizaje del electromagnetismo con modelización computacional interactiva Resumen

Un aspecto fundamental de los actuales procesos de modelización de Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemática (CTIM) es la creciente importancia de conocimiento avanzado sobre modelos físico-matemáticos y métodos y tecnologías de computación científica. El aprendizaje significativo de este conocimiento avanzado es un proceso cognitivo difícil que implica la creación gradual de una sólida base de conocimientos de física, matemática y computación científica, debidamente ajustada a las diferentes áreas de CTIM. Por tanto, los ambientes de aprendizaje de la CTIM deben basarse en programas y metodologías de enseñanza que equilibren la integración de secuencias de actividades de modelización computacional interactivas, creadas con sistemas de modelización computacional capaces de ofrecer a los alumnos la oportunidad de desarrollar los conocimientos de física, matemática y computación científica, y el aprendizaje de los conceptos y procesos de cada área específica. En este artículo discutimos la aplicación en este contexto de actividades de modelización computacional exploratorias y expresivas creadas en el ambiente Modellus. Describimos una secuencia de actividades sobre electromagnetismo implementadas con alumnos do primer año de cursos universitarios de Ingeniería, solamente con un conocimiento elemental de la física y matemática de la Educación Secundaria y sin conocimiento previo de computación científica. Analizamos el grado de receptividad de los alumnos y de los efectos generados en el proceso de aprendizaje.

Palabras clave: Enseñanza y aprendizaje; Ambientes interactivos; Modelización computacional; Física; Electromagnetismo

Introdução

A física e a matemática são bases fundamentais para a construção de conhecimento e cognição em todos os outros domínios da Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (CTEM). Num contexto global, estes dois campos do conhecimento manifestam actualmente epistemologias que envolvem processos de modelação interactivos onde se equilibram diferentes elementos teóricos, experimentais e computacionais. Nestes processos de modelação definem-se caminhos cíclicos que passam por diferentes fases cognitivas, a saber, descrição conceptual qualitativa em contexto, construção, exploração, interpretação e validação de modelos matemáticos, apresentação e discussão de resultados, e o desenvolvimento de aplicações generalizadoras. Para os definir é necessário elaborar especificações declarativas e operacionais rigorosas de conceitos abstractos e das suas interconexões, um processo que requer familiarização e reificação, elevada consistência teórico-metodológica e uma precisa relação com os referentes relevantes, quer no universo real da fenomenologia natural e tecno-industrial quer em universos matemáticos abstractos (Neves & Teodoro, 2013).

No entanto, a maioria dos cursos introdutórios de física e matemática continua a não reflectir esta gama de características epistemológico-cognitivas. De um modo geral, estes cursos não evidenciam como actualmente se realizam as acções de investigação em física e matemática, como se interrelacionam os respectivos processos de construção de conhecimento, como efectivamente a física e a matemática contribuem para o desenvolvimento das outras áreas da CTEM e como estas também influenciam a evolução do conhecimento na física e na matemática. Por exemplo, os tradicionais cursos de física geral que habitualmente se incluem nos dois ou três primeiros anos do Ensino Superior organizam-se em torno de aulas teóricas expositivas, aulas laboratoriais e de resolução de problemas baseadas em receitas, envolvem extensos programas curriculares que cobrem superficialmente demasiados tópicos, e em larga medida limitam a utilização de métodos e ferramentas computacionais à simples apresentação de texto, imagens e simulações ou a um papel de suporte à aquisição e análise de dados. Em geral, estes cursos são considerados demasiado difíceis e desmotivadores por muitos alunos e têm baixas taxas de sucesso nos exames. Por outro lado, muitos alunos só conseguem adquirir um conhecimento fragmentado de física e matemática com numerosas fraquezas conceptuais e de raciocínio que persistem mesmo depois de terem conseguido passar nos exames finais (Halloun & Hestenes, 1985a, 1985b; McDermott, 1991). Para além disto, as expectativas que em média os alunos têm em relação à física deterioram-se depois de terem completado este tipo de cursos (Redish, Saul & Steinberg, 1998).

A expectativa é que estes problemas se resolvam se os cursos introdutórios de física e matemática forem modificados introduzindo currículos e metodologias pedagógicas baseados nos processos de modelação da investigação em física e matemática (Hestenes, 2006; National Research Council, 1989), considerando estratégias específicas adaptadas ao contexto de cada área da CTEM e procurando ajudar os alunos a estabelecer caminhos de aprendizagem significativa (Valadares & Moreira, 2009) que sejam epistemologicamente equilibrados e passem pelas diferentes fases cognitivas associadas aos vários tipos de processos de modelação. Muitos têm sido os esforços de investigação com resultados que suportam esta expectativa não só no âmbito da física e da matemática mas também no âmbito de outras áreas da CTEM (ver, e.g., Handelsman et al., 2005; McDermott & Redish, 1999; Meltzer & Thornton, 2012). Com efeito, nos diversos contextos destas investigações foi possível mostrar que os processos de aprendizagem efectivamente melhoram quando os alunos se inserem em ambientes com actividades que de uma forma aproximada recriam o envolvimento epistemológico-cognitivo das acções de investigação dos cientistas profissionais. Contrastando com o que tem sucedido no ensino tradicional, que acaba por induzir aprendizagens passivas com acumulação automatizada de conhecimento fragmentado de factos, regras ou fórmulas, estas metodologias revelaram-se mais capazes de motivar os alunos para processos de aprendizagem significativa de carácter interactivo e investigativo, que se mostraram mais adequados para promover o conhecimento performativo e para resolver conflitos cognitivos gerados por crenças de senso comum ou ideias científico-matemáticas incorrectas.

Um aspecto fundamental dos actuais processos de modelação da CTEM é que a modelação computacional é tão relevante como a modelação teórica ou experimental, pois permite acções de investigação com cada vez mais aperfeiçoadas e poderosas capacidades de cálculo, exploração, visualização, simulação e validação. Por outro lado, em cada vez mais áreas da CTEM como, e.g., na geofísica, na meteorologia, ou nas engenharias aeroespacial, ambiental e biomédica, as acções de modelação profissionais dependem muitas vezes de conhecimentos sobre modelos físico-matemáticos avançados ricos em elementos computacionais. É por isso crescente a importância de conhecimento avançado sobre modelos físico-matemáticos e métodos e tecnologias de computação científica. Para os alunos, a aprendizagem significativa destas estruturas de conhecimento avançado é um difícil processo cognitivo que envolve a construção progressiva de uma forte base de conhecimentos em física, matemática e computação científica, devidamente ajustada a cada uma das diferentes áreas da CTEM. A nível introdutório, desde o Ensino Secundário até aos dois ou três primeiros

anos do Ensino Superior, quando esta base ainda se está a formar, os ambientes de aprendizagem devem por isso ser baseados em currículos e metodologias pedagógicas que equilibrem a integração de sequências de actividades de modelação computacional interactivas, criadas com sistemas de modelação computacional capazes de oferecer aos alunos oportunidades para desenvolver os conhecimentos de física, matemática e computação científica, e simultaneamente a aprendizagem dos conceitos e processos específicos de cada área.

Para que esta integração possa ocorrer é essencial que os elementos de computação científica sejam introduzidos de uma forma gradativa que controle a carga cognitiva adicional associada à necessidade de aquisição de conhecimentos operacionais de programação e software. Este controle é difícil de conseguir com linguagens de programação profissionais como o Java (Gould, Tobochnik & Christian, 2007) ou o Python (Chabay & Sherwood, 2008), com sistemas profissionais de computação científica como o Mathematica ou o Matlab, e até com linguagens de programação educativas como o Logo (Papert, 1980) e o Boxer (di Sessa, 2000), uma vez que se acaba por exigir que os alunos adquiram demasiados conhecimentos de programação e software, para além do conhecimento sobre os temas abordados de CTEM. Para reduzir a carga cognitiva das actividades computacionais e criar condições mais favoráveis para processos de modelação exploratórios e expressivos (Bliss & Ogborn, 1989; Schwartz, 2007) foram então desenvolvidos vários sistemas de modelação computacional, e.g., o *Modellus* (Neves, Neves & Teodoro, 2013; Neves & Teodoro, 2013; Teodoro & Neves, 2011), o *Coach* (Heck, Kadzierska & Ellermeijer, 2009), as *Easy Java Simulations* (EJS) e as *Physlet* (Carvalho, Christian & Belloni, 2013; Christian & Esquembre, 2007), e as simulações *PhET* (Wieman, Perkins & Adams, 2008).

A nossa abordagem neste contexto tem envolvido o desenvolvimento de actividades de aprendizagem interactivas baseadas em experiências de modelação computacional exploratórias e expressivas implementadas no ambiente *Modellus* (ver, e.g., Neves et al., 2013; Neves, Silva & Teodoro, 2011; Neves & Teodoro, 2013; Teodoro & Neves, 2011). Conduzimos vários testes de investigação-acção em disciplinas de Física Geral e Biofísica de cursos de Engenharia Biomédica e Engenharia Informática, bem como em disciplinas de Meteorologia e Climatologia com alunos de cursos de Arquitectura Paisagista, Engenharia do Ambiente, Ciências do Mar e Biologia. Em todos estes testes, o *Modellus* mostrou ser um sistema que permite criar actividades de modelação computacional exploratórias e expressivas adequadas ao ensino introdutório de física e matemática, e controlar com eficácia o nível da carga cognitiva dos conhecimentos operacionais de programação e software que têm de ser introduzidos.

Para este sucesso contribuíram principalmente as seguintes funcionalidades do Modellus: (1) Uma fácil e intuitiva criação de modelos matemáticos através da notação matemática usual, (2) A possibilidade de criar animações com objectos interactivos cujas propriedades matemáticas estão expressas no modelo, (3) O cálculo e visualização de quantidades matemáticas obtidas através da análise de imagens e gráficos, e (4) A possibilidade de explorar simultaneamente várias representações associadas a modelos matemáticos, como imagens, tabelas, gráficos e animações. Com base nestas funcionalidades foi possível criar actividades de modelação computacional exploratórias e expressivas de carácter colaborativo e com capacidade para despoletar e resolver conflitos cognitivos relativos à compreensão de conceitos físicos e matemáticos, promover a manipulação das diferentes representações associadas aos modelos e analisar a interconexão entre as abordagens analíticas e numéricas. Com métodos numéricos simples foi também possível analisar mais cedo problemas mais realistas, com alunos que ainda não tinham atingido o nível de conhecimento e cognição adequado aos métodos analíticos relevantes. Como exemplos salientamos a modelações computacionais de uma corrida entre dois corredores e do movimento de rotação acelerado de uma barra (Neves & Teodoro, 2013), realizadas por alunos de cursos universitários de Engenharia Biomédica e de Engenharia Informática, e a modelação da circulação do vento atmosférico realizada por alunos de Meteorologia e Climatologia (Neves et al., 2013).

Os resultados destas acções de investigação são indicativos de que os processos de ensino e aprendizagem da física e da matemática melhoram com a integração de actividades de modelação computacional interactivas implementadas no ambiente Modellus. Com a excepção das actividades sobre as leis da radiação do corpo negro (Neves et al., 2013), as actividades de modelação computacional que desenvolvemos focaram-se em aplicações da mecânica newtoniana de partículas. Neste artigo alargamos o âmbito temático de investigação e discutimos a aplicação da nossa abordagem de ensino a uma disciplina de introdução ao electromagnetismo para alunos do primeiro ano de cursos universitários de Engenharia. Na Secção 2 apresentamos os principais aspectos metodológicos e organizativos da nossa abordagem que implementámos nesta disciplina. Na Secção 3 discutimos uma sequência de aprendizagem interactiva sobre electromagnetismo com inclusão de actividades de modelação computacional criadas no ambiente Modellus. Na Secção 4 apresentamos as nossas conclusões, contextualizadas na análise do grau de receptividade dos alunos e dos efeitos gerados no processo de aprendizagem.

1. Electromagnetismo com modelação computacional interactiva: Organização e metodologia de ensino

Em todas as áreas da CTEM, os processos de ensino devem procurar ajudar os alunos a construir novo conhecimento através de caminhos equilibrados que passem por todas as fases epistemológicas e cognitivas dos diversos tipos de processos de modelação profissionais. Na nossa abordagem de ensino (Neves et al., 2013; Neves & Teodoro, 2013) pretendemos então que os currículos, recursos e ambientes de aprendizagem dos respectivos cursos, específicos para cada área temática, equilibrem actividades de modelação teórica, computacional e experimental, de carácter individual e colaborativo, que passem pelas diferentes fases cognitivas associadas aos vários tipos de processos de modelação, e ao mesmo tempo tenham em atenção o conhecimento prévio e as expectativas dos alunos. O objectivo é criar um ambiente interactivo motivador que consiga desenvolver entre os alunos melhores processos de familiarização e reificação, com percepção aprofundada de consistência teórico-metodológica, raciocínios sequenciais baseados em princípios e leis fundamentais, conexão significativa com os referentes relevantes, capacidade de criação e utilização apropriada de metáforas ontológicas, e referências actualizadas ao contexto histórico relevante para cada área específica.

O contexto de cada acção que, por exemplo, envolve em interacção a realidade cultural, política e socioeconómica do país, da região, da povoação e da escola, a estrutura do curso onde se insere a disciplina, a temática da disciplina e as características dos alunos, é um forte condicionante para a estrutura organizativa, metodológica e avaliativa que se pretende implementar. Assim, aqui descrevemos a adaptação que efectuámos para aplicar a nossa abordagem de ensino numa disciplina de introdução ao electromagnetismo que no primeiro semestre de 2014 reuniu 41 alunos dos cursos de Engenharia Ambiental, Engenharia de Alimentos, Engenharia Civil, Engenharia da Computação, Engenharia de Controlo e Automação, Engenharia Mecânica, Engenharia de Produção e Engenharia Química da Univates. Estes alunos não tinham conhecimento prévio significativo de computação científica, apenas conhecimento de informática quotidiana, e possuíam um conhecimento elementar da física e matemática do Ensino Secundário, bastante fragmentado e orientado para a aplicação de algumas fórmulas soltas decoradas.

O programa que elaborámos para esta disciplina abordou temas de electricidade e magnetismo, desde o campo eléctrico criado por distribuições de carga discretas até ao campo magnético e respectivas fontes (ver, e.g., Serway & Jewett (2013)). As aulas foram divididas em três componentes complementares:

aulas teóricas, onde se introduziram os elementos teóricos dos temas físico-matemáticos da matéria do programa, aulas de resolução de problemas com papel e lápis e aulas de modelação computacional com o Modellus. Para criar o ambiente interactivo os alunos foram organizados em nove grupos, cinco de cinco elementos e quatro de quatro elementos. As aulas teóricas foram intercaladas de forma flexível com as aulas de resolução de problemas e com as aulas de modelação computacional. Todas as aulas foram leccionadas na mesma sala, uma sala com mesas individuais que durante os trabalhos em grupo podiam ser dispostas facilmente em qualquer configuração, por exemplo em círculo. Para as aulas de modelação computacional os alunos utilizaram os seus próprios computadores portáteis. Depois da definição do enquadramento teórico relevante, complementado com exemplos de aplicação resolvidos, num contexto de apresentação global em diálogo com os alunos, os grupos foram orientados para realizarem várias sequências de actividades de resolução de problemas com papel e lápis e de modelação computacional com o Modellus, todas constituídas por uma selecção de problemas com diversos graus de dificuldade e contacto claro com fenómenos facilmente observáveis. Os recursos de apoio às aulas incluíram documentos PDF sobre a matéria teórica dada e com os problemas para resolver com papel e lápis, o pacote de exemplos do Modellus e documentos PDF com instruções para construir os modelos matemáticos, animações, gráficos e tabelas necessários para resolver os problemas de electromagnetismo propostos nas actividades de modelação computacional.

Para realizarem as actividades de resolução de problemas e de modelação computacional, os grupos foram incentivados a analisar, discutir e resolver os problemas propostos por si próprios, com base na bibliografia da disciplina e nos recursos de apoio às aulas, disponibilizados nas próprias aulas ou através da área da disciplina na plataforma Moodle. Durante a exploração das actividades, os grupos foram continuamente acompanhados e apoiados de forma a garantir um ritmo de trabalho adequado com níveis de compreensão apropriados, e sempre que necessário foram incluídas discussões globais para esclarecer dúvidas comuns a vários grupos.

A avaliação envolveu processos de avaliação contínua individual e por grupos de trabalho baseados nas actividades regulares em sala de aula, nos trabalhos de resolução de problemas com papel e lápis, nos trabalhos de modelação computacional com o Modellus, e nas provas escritas individuais realizadas em sala de aula. No final do semestre os alunos responderam livremente na sala de aula a um questionário anónimo com escala de Likert para avaliar as suas opiniões sobre as aulas e actividades de modelação computacional.

2. Electromagnetismo com modelação computacional interactiva: Uma sequência de aprendizagem ilustrativa

Nos actuais processos de criação de conhecimento da CTEM a modelação computacional permite expandir o horizonte cognitivo das acções de investigação através da utilização de cada vez mais aperfeiçoadas e poderosas capacidades de cálculo, exploração, visualização, simulação e validação. Do mesmo modo, as actividades de aprendizagem que envolvem modelação com métodos e tecnologias computacionais permitem aumentar os recursos cognitivos à disposição dos alunos e, assim, criar oportunidades para aprofundar a exploração das diferentes fases dos processos modelação e favorecer o desenvolvimento dos processos de familiarização e reificação.

Para que o efeito cognitivo da introdução dos métodos e tecnologias computacionais seja realmente positivo, importa procurar garantir que estes recursos sejam utilizados de uma forma epistemologicamente equilibrada em actividades que controlem a carga cognitiva sobre os alunos e complementem as actividades de aprendizagem experimental, teórica e de resolução de problemas com papel e lápis, ampliando os respectivos horizontes de aprendizagem sem omitir elementos de conhecimento estruturantes fundamentais. Uma sequência de actividades com modelação computacional deve por isso envolver uma articulação adequada entre todas as componentes relevantes.

No exemplo ilustrativo que aqui apresentamos consideramos uma sequência de actividades sobre a lei de Coulomb e o campo eléctrico, na qual os alunos são convidados a explorar o campo eléctrico que um sistema de cargas eléctricas pontuais cria no espaço envolvente e as forças eléctricas que se exercem sobre uma carga de prova e sobre as cargas do sistema. O enquadramento inicial é de natureza teórico-experimental baseado no modelo corpuscular da matéria, na quantização e conservação carga eléctrica e na lei de Coulomb. Neste modelo a carga eléctrica q de uma partícula pode ser positiva, negativa ou nula, e pode sempre ser escrita na forma $q = \pm Ne$ onde $N = 0, 1, 2, \dots$ é um número inteiro positivo ou nulo, e $e = 1.60217 \times 10^{-19}$ C é a unidade fundamental de carga eléctrica, igual ao simétrico da carga de um electrão. Para um sistema de partículas isolado a carga eléctrica permanece sempre constante.

As partículas carregadas interagem entre si através de forças que se podem medir com uma balança de torção. De acordo com a lei experimental de Coulomb, a força eléctrica $F_{i,0}$ que uma carga pontual q_i localizada num ponto $P_i = (x_i, y_i, z_i)$ caracterizado pelo vector posição $\mathbf{r}_i = x_i \mathbf{u}_x + y_i \mathbf{u}_y + z_i \mathbf{u}_z$ exerce noutra carga pontual q_0 localizada num outro ponto $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ caracterizado pelo vector posição $\mathbf{r}_0 = x_0 \mathbf{u}_x + y_0 \mathbf{u}_y + z_0 \mathbf{u}_z$ é dada pela expressão,

$$\mathbf{F}_{i,0} = k_e (q_i q_0 / r_{i,0}^2) \mathbf{u}_{i,0},$$

onde $\mathbf{u}_{i,0} = \mathbf{r}_{i,0} / r_{i,0}$, $\mathbf{r}_{i,0} = \mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i$, $r_{i,0} = [(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2 + (z_0 - z_i)^2]^{1/2}$ e $k_e = 8.9876 \times 10^9$ Nm²/C² é a constante de Coulomb. Reciprocamente, e de acordo com a terceira lei de Newton, a força $\mathbf{F}_{0,i}$ que q_0 exerce em q_i é $\mathbf{F}_{0,i} = -\mathbf{F}_{i,0}$.

Para um sistema de N cargas eléctricas pontuais é válido o princípio da sobreposição. Então a força eléctrica resultante \mathbf{F}_0 que um sistema de N cargas q_i , $i = 1, \dots, N$, exerce sobre uma carga q_0 colocada no ponto P_0 é igual à soma vectorial das forças individualmente exercidas sobre q_0 por todas as cargas q_i que compõem o sistema,

$$\mathbf{F}_0 = \sum \mathbf{F}_{i,0} = k_e \sum (q_i q_0 / r_{i,0}^2) \mathbf{u}_{i,0}.$$

A carga q_0 exerce uma força $\mathbf{F}_{0,i} = -\mathbf{F}_{i,0}$ sobre cada uma das cargas q_i do sistema e portanto exerce uma força resultante $-\mathbf{F}_0$ sobre todo o sistema. Por seu turno, no interior do sistema cada carga q_i exerce uma força $\mathbf{F}_{i,j}$ sobre outra carga q_j ,

$$\mathbf{F}_{i,j} = k_e (q_i q_j / r_{i,j}^2) \mathbf{u}_{i,j},$$

onde $\mathbf{u}_{i,j} = \mathbf{r}_{i,j} / r_{i,j}$, $\mathbf{r}_{i,j} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$, $r_{i,j} = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{1/2}$, $j \neq i$, com $i, j = 1, \dots, N$. Como por sua vez cada carga q_j exerce uma força $\mathbf{F}_{j,i} = -\mathbf{F}_{i,j}$ sobre a carga q_i , a força eléctrica resultante de todas as forças eléctricas internas ao sistema é nula.

A força eléctrica é uma força de acção à distância. Coloca-se então o problema do mecanismo que está na origem desta acção à distância. O conceito de campo eléctrico introduzido por Faraday foi um importante avanço conceptual que permitiu abrir o caminho para a resolução deste problema. Neste ponto de vista, uma carga eléctrica origina um campo eléctrico que se estende por todo o espaço e é este campo que em cada ponto gera as forças eléctricas que actuam sobre outras cargas. Por definição, a força eléctrica $\mathbf{F}_{i,0}$ é igual ao produto da carga eléctrica q_0 pelo campo eléctrico $\mathbf{E}_{i,0}$ criado pela carga eléctrica q_i no ponto P_0 , $\mathbf{F}_{i,0} = q_0 \mathbf{E}_{i,0}$. Então:

$$\mathbf{E}_{i,0} = k_e (q_i / r_{i,0}^2) \mathbf{u}_{i,0}.$$

Para um sistema de N cargas eléctricas q_i , $i = 1, \dots, N$, o campo eléctrico criado no ponto P_0 é obtido pelo princípio da sobreposição:

$$\mathbf{E}_0 = \sum \mathbf{E}_{i,0} = k_e \sum (q_i / r_{i,0}^2) \mathbf{u}_{i,0}.$$

Depois deste enquadramento, que inclui exemplos resolvidos a uma e duas dimensões, a sequência de aprendizagem envolve uma fase de exploração em grupo de outros problemas para resolver com papel e lápis, primeiro a uma dimensão e depois a duas ou mais dimensões. Na disciplina de electromagnetismo que implementámos os alunos revelaram profundas dificuldades com os elementos necessários de cálculo vectorial e nesta fase de resolução de problemas com papel e lápis, com apoio durante as aulas ou sem apoio durante

as provas de avaliação individuais, só conseguiram resolver problemas a uma dimensão. Um exemplo típico que foi incluído nas provas foi o seguinte:

Quando uma carga de teste $q_0 = 3.0 \text{ nC}$ é colocada na origem sofre a acção de uma força de $2.7 \times 10^{-3} \text{ N}$ que aponta na direcção positiva do eixo Oy .

- Qual é o campo eléctrico na origem?
- Qual é a força que seria aplicada a uma carga $q = -5.0 \text{ nC}$ se esta fosse colocada na origem?
- Se o campo eléctrico é gerado por uma carga Q que está no ponto $y = 2.5 \text{ cm}$, qual é o valor desta carga?

Neste problema 68% dos 41 alunos conseguiram determinar a magnitude do campo eléctrico, $E = 9.0 \times 10^5 \text{ N/C}$, a magnitude da força aplicada à carga q , $F_q = 4.5 \times 10^{-3} \text{ N}$, e o módulo da carga eléctrica geradora do campo $|Q| = 6.3 \times 10^{-8} \text{ C}$. Entre estes 28 alunos 7% conseguiram resolver o problema por completo, 25% calcularam correctamente o campo eléctrico \mathbf{E} e a força \mathbf{F}_q aplicada a q mas não determinaram o sinal negativo de Q , e os restantes 75% apresentaram ainda erros nas definições do campo e da força em termos das respectivas magnitudes e do versor do eixo Oy , $\mathbf{E} = E\mathbf{u}_y$ e $\mathbf{F}_q = -F_q\mathbf{u}_y$. Dificuldades semelhantes relacionadas com o carácter vectorial dos campos eléctricos e das forças eléctricas, por exemplo no cálculo de componentes com funções trigonométricas ou no cálculo de somas vectoriais, manifestaram-se também noutros problemas a uma dimensão abordados nesta fase. A persistência destas dificuldades não permitiu que durante o tempo útil considerado para esta fase o processo de aprendizagem avançasse para a resolução de problemas a duas ou mais dimensões com papel e lápis.

Num contexto como este, as actividades de modelação computacional devem então ser concebidas para ajudar os alunos a ampliar o horizonte do seu conhecimento nesta direcção, consolidando o conhecimento já adquirido com os exemplos unidimensionais. O ponto de partida pode ser o seguinte problema a duas dimensões:

Uma carga $q_1 = 5.00 \mu\text{C}$ está localizada no eixo Ox no ponto $Q_1 = (3.00, 0.00) \text{ m}$.

- Qual é a força eléctrica que esta carga exerce numa carga $q_0 = 2.00 \mu\text{C}$ que está localizada no ponto $P_0 = (1.00, 2.00) \text{ m}$? E nos pontos $Q_0 = (3.00, 3.00) \text{ m}$ e $R_0 = (4.00, 1.00) \text{ m}$? Nestes três casos, qual é a força eléctrica que q_0 exerce sobre q_1 ?
- Qual é o campo eléctrico criado por q_1 nos pontos P_0 , Q_0 e R_0 ?

- c. E se $q_0 = -2.00 \mu\text{C}$? O campo eléctrico criado por q_1 em P_0 , Q_0 e R_0 altera-se? Qual é a força eléctrica exercida sobre q_0 em P_0 , Q_0 e R_0 ? Nestes três casos qual é a força eléctrica que q_0 exerce sobre q_1 ?
- d. O que é que acontece se em P_0 , Q_0 e R_0 for colocada uma carga $q_0 = 5.00 \mu\text{C}$?
- e. Que resultados se obtêm para as questões (a), (b), (c) e (d) quando a carga q_1 é igual a $3.00 \mu\text{C}$ e $-6.00 \mu\text{C}$?

Para resolver este problema os grupos foram incentivados a construir um modelo no Modellus com um Modelo Matemático (Fig. 1) que começa por definir a constante de Coulomb k_e como parâmetro fixo, as coordenadas (x_1, y_1) do vector posição r_1 da carga q_1 e (x_0, y_0) do vector posição r_0 da carga q_0 como variáveis independentes, e as coordenadas $(x_{1,0}, y_{1,0})$ a magnitude $r_{1,0}$ do vector $r_{1,0}$ como variáveis dependentes. Depois, utilizando a lei de Coulomb, o Modelo Matemático define também como variáveis dependentes as coordenadas da força eléctrica $F_{1,0}$ que q_1 exerce em q_0 e, aplicando a 3ª lei de Newton, as coordenadas da força eléctrica $F_{0,1}$ que q_0 exerce em q_1 . As cargas eléctricas q_1 e q_0 são introduzidas aqui como parâmetros independentes. Finalmente, as coordenadas do campo eléctrico $E_{1,0}$ são definidas dividindo as coordenadas de $F_{1,0}$ pelo valor da carga q_0 .

Este Modelo Matemático é válido para quaisquer valores das variáveis e parâmetros independentes que não gerem singularidades. É um modelo que não explicita as unidades, que neste caso são as unidades SI tendo em conta o valor da constante de Coulomb k_e . Para concretizar o modelo no âmbito do problema proposto definem-se os valores de x_0 , y_0 , x_1 , y_1 , q_1 e q_0 nos Parâmetros, criando os três Casos diferentes referidos nas questões (a) e (b). A Animação (Fig. 1) é então construída com duas Partículas para representarem as duas cargas eléctricas, seis Vectores para representarem r_0 , r_1 , $r_{1,0}$, $F_{1,0}$, $F_{0,1}$ e $E_{1,0}$, três Variáveis para visualizar $r_{1,0}$, $F_{1,0}$ e $E_{1,0}$, e dois Indicadores de Nível para alterar os valores das duas cargas e assim definir os restantes casos do problema. Os Vectores $F_{1,0}$ e $E_{1,0}$ ligam-se à Partícula q_1 e o Vector $F_{0,1}$ à Partícula q_0 . O ajuste da configuração das Partículas e dos Vectores é efectuado com a grelha da Animação. A Tabela também pode ser definida para visualizar, por exemplo, os valores das componentes do campo eléctrico e da força eléctrica aplicada em q_0 .

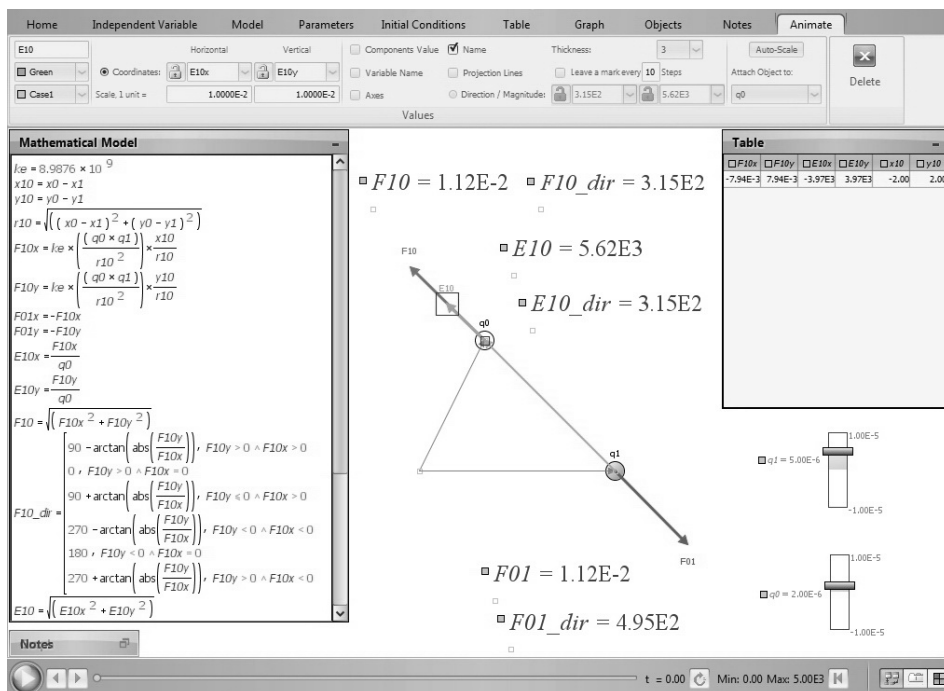


Fig. 1: Modelo Modellus para determinar e explorar num espaço a duas dimensões o campo eléctrico e as forças eléctricas associadas ao sistema composto por uma carga geradora q_1 e uma carga de prova q_0 . Quando $q_1 = 5.00 \mu\text{C}$ está no ponto $Q_1 = (3.00, 0.00) \text{ m}$, a força eléctrica $F_{1,0}$ aplicada em $q_0 = 2.00 \mu\text{C}$ colocada no ponto $P_0 = (1.00, 2.00) \text{ m}$ tem magnitude $F_{1,0} = 0.0112 \text{ N}$ e direcção $\theta_{1,0} = 315^\circ$. A força $F_{0,1}$ que a carga q_0 exerce sobre q_1 tem a mesma magnitude $F_{0,1} = F_{1,0}$ e a direcção oposta $\theta_{0,1} = 135^\circ$. O campo eléctrico $E_{1,0}$ no ponto P_0 tem magnitude $E_{1,0} = 5.62 \times 10^3 \text{ N/C}$ e a mesma direcção $\theta_{1,0} = 315^\circ$ que $F_{1,0}$.

A determinação das componentes, magnitudes e direcções dos vectores $F_{1,0}$, $F_{0,1}$ e $E_{1,0}$ para responder às questões (a) e (b) pode ser efectuada por observação dos respectivos resultados na Tabela, nas Variáveis e nos Vectores que representam $F_{1,0}$, $F_{0,1}$ e $E_{1,0}$. Note-se que o Modellus calcula automaticamente a magnitude e a direcção de um Vector a partir da definição das respectivas componentes no Modelo Matemático. Os alunos podem então utilizar as funções programadas no Modellus para definir explicitamente no Modelo Matemático a magnitude e a direcção dos Vectores $F_{1,0}$, $F_{0,1}$ e $E_{1,0}$ (Fig. 1) e comparar os resultados. Para resolver as questões (c), (d) e (e) basta alterar os valores de q_0 e q_1 com os Indicadores de Nível, ajustando sempre que necessário os novos valores nos Parâmetros.

A determinação das componentes, magnitudes e direcções dos vectores $F_{1,0}$, $F_{0,1}$ e $E_{1,0}$ para responder às questões (a) e (b) pode ser efectuada por observação dos respectivos resultados na Tabela, nas Variáveis e nos Vectores que representam $F_{1,0}$, $F_{0,1}$ e $E_{1,0}$. Note-se que o Modellus calcula automaticamente a magnitude e a direcção de um Vector a partir da definição das respectivas componentes no Modelo Matemático. Os alunos podem então utilizar as funções programadas no Modellus para definir explicitamente no Modelo Matemático a magnitude e a direcção dos Vectores $F_{1,0}$, $F_{0,1}$ e $E_{1,0}$ (Fig. 1) e comparar os resultados. Para resolver as questões (c), (d) e (e) basta alterar os valores de q_0 e q_1 com os Indicadores de Nível, ajustando sempre que necessário os novos valores nos Parâmetros.

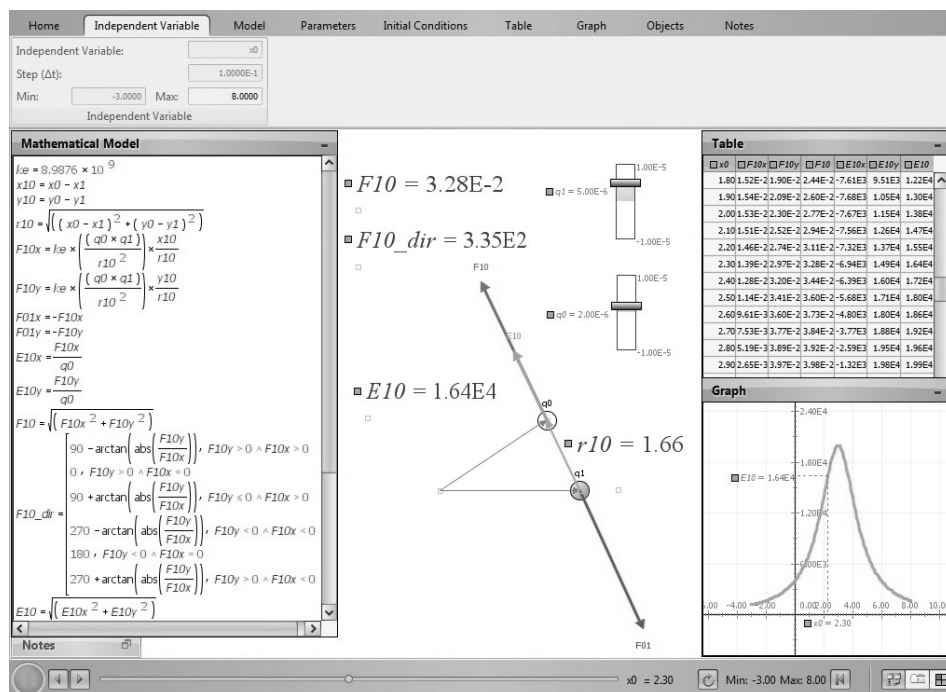


Fig. 2: Modelo Modellus para determinar os gráficos de $E_{1,0}(x_0)$ para valores fixos de y_0 . Nesta figura o gráfico foi obtido para $y_0 = 1.50$ m com x_0 no intervalo $[-3.00, 8.00]$ m. O passo do cálculo foi $\Delta x_0 = 0.100$ m. A carga $q_1 = 5.00 \mu\text{C}$ está no ponto $Q_1 = (3.00, 0.00)$ m. Quando a carga $q_0 = 2.00 \mu\text{C}$ está no ponto $(x_0, y_0) = (2.30, 1.50)$ m o campo eléctrico $E_{1,0}$ tem magnitude $E_{1,0} = 1.64 \times 10^4$ N/C e direcção $\theta_{1,0} = 335^\circ$.

Em seguida, partindo por exemplo do Caso 1 com $q_1 = 5.00 \mu\text{C}$ no ponto $Q_1 = (3.00, 0.00) \text{ m}$ e $q_0 = 2.00 \mu\text{C}$ no ponto $P_0 = (1.00, 2.00) \text{ m}$, os alunos podem seleccionar a Partícula q_0 com o botão esquerdo do rato, e mantendo pressionado este botão, podem arrastar q_0 pelo ecrã. Desta forma interactiva, podem de imediato visualizar e determinar as características do campo eléctrico e da força eléctrica em qualquer ponto do espaço a duas dimensões. Podem também visualizar em tempo real como variam estas características vectoriais de ponto para ponto, e qual o efeito produzido quando se altera, por exemplo, o valor da carga q_1 para $-5.00 \mu\text{C}$ ou $10.00 \mu\text{C}$. Depois, ainda com o mesmo Modelo Matemático, os alunos podem introduzir x_0 como Variável Independente, e depois de correr o modelo, obter os gráficos da magnitude $E_{1,0}(x_0)$ para valores fixos de y_0 , por exemplo $y_0 = \pm 1.50 \text{ m}$ (Fig. 2). Para terminar, os alunos podem generalizar os modelos construídos e explorar questões semelhantes para um sistema com duas cargas geradoras q_1 e q_2 , e uma carga de prova q_0 , que envolve a consideração do princípio da sobreposição e a correspondente operação de soma vectorial.

Conclusões

Neste artigo discutimos a aplicação da nossa estratégia de modelação computacional interactiva ao processo de aprendizagem de temas de introdução ao electromagnetismo no âmbito de cursos universitários de Engenharia. Como exemplo ilustrativo considerámos uma sequência de actividades sobre a lei de Coulomb e o campo eléctrico.

Na disciplina de electromagnetismo que implementámos os resultados dos questionários com escala de Likert mostram que a maioria dos alunos reagiu positivamente às actividades de modelação computacional interactiva (Fig. 3). Definindo a opinião média de um aluno como a média sobre todas as respostas dadas pelo aluno no questionário, os resultados mostram que 90% dos alunos manifestaram uma opinião positiva, com médias +1 (34%), +2 (45%) ou +3 (10%), 10% não tiveram opinião preferencial e nenhum aluno manifestou opinião média negativa. Na escala de Likert, a opinião média de todos os alunos foi +1.6.

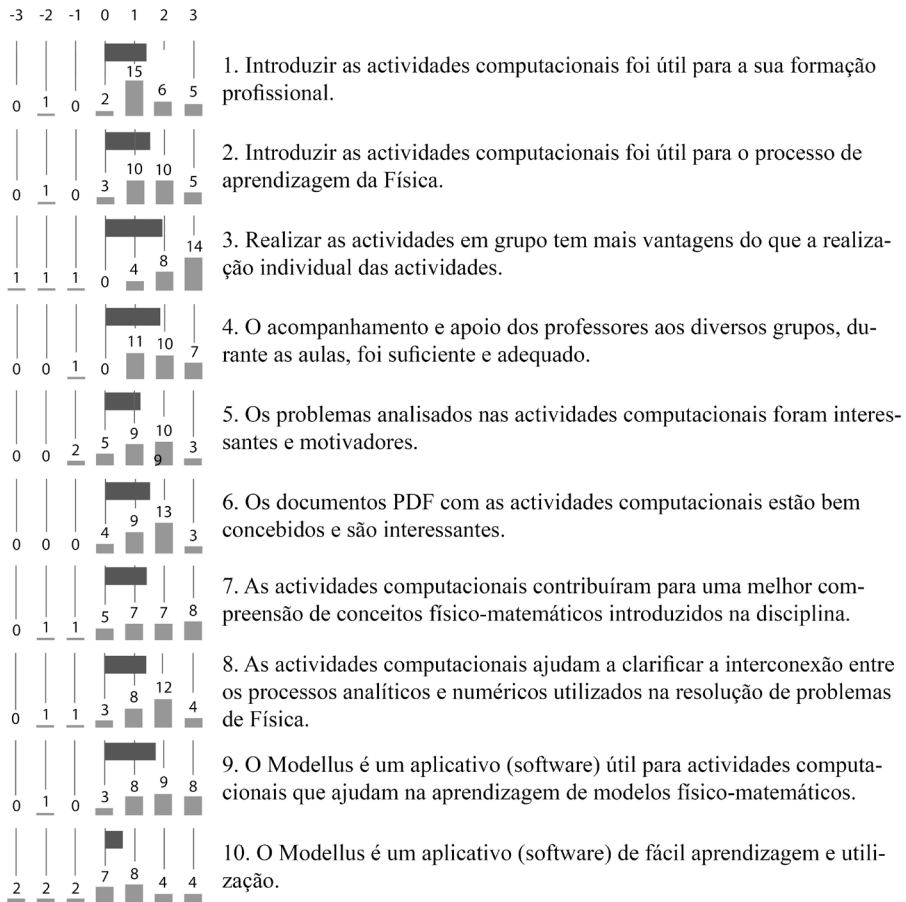


Fig. 3: Questionário de Electromagnetismo e respectivos resultados. O gráfico de barras (azul) mostra na escala de Likert a média da opinião de todos os alunos em relação a cada uma das afirmações do questionário. O gráfico de barras (verde) mostra a distribuição pela escala de Likert do número de alunos que responderam ao questionário.

Por outro lado, também se pode definir a média da opinião de todos os alunos em relação a cada uma das afirmações do questionário (Fig. 3). Os alunos de Electromagnetismo, tal como os alunos de Biofísica, Física e Física IB, e ao contrário dos alunos de Meteorologia e Climatologia (Neves & Teodoro, 2013), manifestaram uma clara preferência para trabalhar em grupos num ambiente de aprendizagem interactivo e exploratório, desde que com orientação adequada dos professores. Os alunos consideraram ainda as actividades computacionais com o Modellus úteis para a sua formação profissional bem como para o processo de

aprendizagem de conceitos e modelos físico-matemáticos do electromagnetismo. Os documentos PDF utilizados para apresentar as actividades foram também considerados interessantes e bem concebidos. Embora com menor grau de concordância, o Modellus foi considerado suficientemente fácil de aprender e utilizar.

Nesta disciplina de introdução ao electromagnetismo, as actividades de modelação computacional foram integradas numa sequência de aprendizagem em três fases desenvolvida num ambiente de exploração interactiva com os alunos organizados em grupos de trabalho. Na primeira fase realizou-se o enquadramento de natureza teórico-experimental baseado no modelo corpuscular da matéria, na quantização e conservação carga eléctrica e na lei de Coulomb. Na segunda fase os grupos efectuaram a exploração de vários exemplos de problemas para resolver com papel e lápis, primeiro a uma dimensão e depois a duas ou mais dimensões. A análise de conteúdo das provas e trabalhos realizados durante esta fase mostrou que os alunos só adquiriram capacidade para resolver problemas a uma dimensão e revelaram tais dificuldades com os elementos necessários de cálculo vectorial que o conhecimento sobre os aspectos do campo eléctrico e das forças eléctricas associados a um sistema de cargas eléctricas pontuais a duas ou mais dimensões ficou fora do seu horizonte cognitivo.

As actividades de modelação computacional com o Modellus foram então desenvolvidas para ajudar os alunos a superar estas dificuldades. Estas actividades envolveram a exploração num espaço a duas dimensões do campo eléctrico e das forças eléctricas associadas ao sistema composto, numa primeira parte, por uma carga geradora e uma carga de prova, e numa segunda parte, por duas cargas geradoras e uma carga de prova. A análise de conteúdo dos modelos e relatórios desenvolvidos durante esta terceira fase mostrou que todos os grupos foram capazes de resolver as questões colocadas sobre o sistema com uma carga geradora e uma carga de prova, construindo e explorando no Modellus os modelos físico-matemáticos propostos. Os alunos conseguiram identificar correctamente em cada ponto do espaço a duas dimensões as características vectoriais do campo eléctrico e das forças eléctricas, explicitando as respectivas unidades SI, confirmando as resoluções dos problemas unidimensionais da fase anterior, compreendendo o modelo matemático e o seu carácter vectorial, a respectiva correspondência com a animação e o significado dos gráficos da magnitude do campo eléctrico. No entanto, apenas um dos grupos conseguiu desenvolver por completo a generalização ao sistema com duas cargas geradoras e uma carga de prova.

Consequentemente, podemos concluir que as actividades de modelação computacional com o Modellus permitiram que os alunos consolidassem o conhecimento adquirido nas duas primeiras fases do processo de aprendizagem,

resolvessem várias das dificuldades que tinham, e expandissem significativamente o horizonte do conhecimento que possuíam sobre o campo eléctrico e as forças eléctricas de um sistema de cargas eléctricas pontuais. Com as actividades de modelação computacional o curso de electromagnetismo demonstrou assim maior capacidade e eficácia para ampliar de forma estruturada e consistente o corpo de conhecimentos dos alunos.

Referências Bibliográficas

- Bliss, J., & Ogborn, J. (1989). Tools for exploratory learning. *Journal of Computer Assisted learning* 5, 37-50.
- Carvalho, P., Christian, W., & Belloni, M. (2013). Physlets e Open Source Physics para professores e estudantes portugueses. *Revista Lusófona de Educação*, 25, 59-72.
- Chabay, R., & Sherwood, B. (2008). Computational physics in the introductory calculus-based course. *American Journal of Physics* 76, 307-313.
- Christian, W., & Esquembre, F. (2007). Modeling physics with Easy Java Simulations. *The Physics Teacher* 45, 475-480.
- di Sessa, A. (2000). *Changing minds: Computers, learning and literacy*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Gould, H., Tobochnik, J., & Christian, W. (2007). *An introduction to computer simulation methods: Applications to physical systems*. San Francisco, CA: Addison-Wesley.
- Halloun, I., & Hestenes, D. (1985). The initial knowledge state of college students. *American Journal of Physics* 53, 1043-1055.
- Halloun, I., & Hestenes, D. (1985). Common-sense concepts about motion. *American Journal of Physics* 53, 1056-1065.
- Handelsman, J., Ebert-May, D., Beichner, R., Bruns, P., Chang, A., DeHaan, R., Gentile, J., Lauffer, S., Stewart, J., Tilghmen, S., & Wood, W. (2005). *Scientific Teaching*. *Science*, 304, 521-522.
- Heck, A., Kadzierska, E., & Ellermeijer, T. (2009). Design and implementation of an integrated computer working environment. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* 28, 147-161.
- Hestenes, D. (2006). Notes for a modeling theory of science, cognition and instruction. In Slooten, O., van den Berg, E. & Ellermeijer, T. (Eds.), *Proceedings of the International Group of Research on Physics Education (GIREP) 2006 Conference: Modelling in physics and physics education* (pp. 26-47). Amsterdam: GIREP, European Physical Society (EPS).
- McDermott, L. (1991). Millikan Lecture 1990: What we teach and what is learned—closing the gap. *American Journal of Physics* 59, 301-315.
- McDermott, L., & Redish, E. (1999). Resource Letter: PER-1: Physics Education Research. *American Journal of Physics* 67, 755-767.
- Meltzer, D., & Thornton, R. (2012). Resource Letter ALIP-1: Active-learning instruction in physics. *American Journal of Physics* 80, 478-496.

- National Research Council. (1989). *Everybody counts*. Washington, DC: National Academies Press.
- Neves, R., Neves, M. C., & Teodoro, V. (2013). Modellus: Interactive computational modelling to improve teaching of physics in the geosciences. *Computers & Geosciences* 56, 119-126.
- Neves, R., Silva, J., & Teodoro, V. (2011). Improving learning in science and mathematics with exploratory and interactive computational modelling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri & G. Stillman (Eds.), *International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling, vol. 1, ICTMA14: Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 331-341). Dordrecht: Springer.
- Neves, R., & Teodoro, V. (2013). Modelação computacional, ambientes interactivos e o ensino da ciência, tecnologia, engenharia e matemática. *Revista Lusófona de Educação*, 25, 35-58.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers and powerful ideas*. New York: Basic Books.
- Redish, E., Saul, J., & Steinberg, R. (1998). Student expectations in introductory physics. *American Journal of Physics* 66, 212-224.
- Schwartz, J. (2007). Models, Simulations, and Exploratory Environments: A Tentative Taxonomy. In R. Lesh, E. Hamilton & J. Kaput (Eds.), *Foundations for the future in mathematics education* (pp. 161-172). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Serway, R., & Jewett, J. (2013). *Physics for Scientists and Engineers, 9th Edition*. Boston, MA: Brooks/Cole CENGAGE Learning.
- Teodoro, V., & Neves, R. (2011). Mathematical modelling in science and mathematics education. *Computer Physics Communications* 182, 8-10.
- Valadares, J., & Moreira, M. (2009). *A teoria da aprendizagem significativa*. Coimbra: Almedina.
- Wieman, C., Perkins, K., & Adams, W. (2008). Oersted medal lecture 2007: Interactive simulations for teaching physics: what works, what doesn't and why. *American Journal of Physics* 76, 393-399.

Rui Neves

Professor na Universidade Autónoma de Lisboa. Departamento de Ciências e Tecnologias e Autónoma TechLab – Centro de Investigação em Tecnologias.

Email: rneves@autonoma.pt

Investigador na Unidade de Investigação Educação e Desenvolvimento (UIED), Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT), Universidade Nova de Lisboa (UNL).

Email: rgn@fct.unl.pt

Correspondência

Rui Neves

Universidade Autónoma de Lisboa. Departamento de Ciências e Tecnologias e Autónoma TechLab – Centro de Investigação em Tecnologias.
Rua de Santa Marta 47, 6º Andar, 1150-293 Lisboa, Portugal.

Data de submissão: Janeiro 2016

Data de avaliação: Março 2016

Data de publicação: Abril 2017

